E. Szabó László – Gyenis Balázs –
Gyenis Zalán – Rédei Miklós – Szabó Gábor

Korrelációk kauzális magyarázata

Nincs korreláció kauzalitás nélkül – így hangzik tömören az a metafizikai elv, amelyre a tudományfilozófiában *Reichenbach közös ok elve*ként szokás hivatkozni. Kevésbé tömören fogalmazva a közös ok elve azt állítja, hogy a világban felmutatható bármely korreláció vagy a korreláló események közötti közvetlen kauzális kapcsolatból eredeztethető, vagy egy harmadik eseményre, a korreláló események úgynevezett közös okára vezethető vissza. Az alábbiakban arról a mintegy tizenöt évet átfogó munkáról szeretnénk rövid áttekintést nyújtani, amelyet e tanulmány szerzői a reichenbachi közös ok elv, vagyis a korrelációk kauzális magyarázatának tanulmányozása terén folytattak.

BEVEZETÉS

A reichenbachi közös ok elv szerint bármely két olyan korreláló eseménynek, amelyek nem állnak egymással közvetlen kauzális vagy logikai kapcsolatban, létezik közös oka. Habár az elv nevében Hans Reichenbachra (1956) vezethető vissza, aki a közös ok fogalmát először öntötte explicit formába, az elv mégsem tőle, hanem tanítványától, Wesley Salmontól (1978) ered. Salmon az elvet abban a vitában fogalmazta meg először, amelyet egy jó évtizeden keresztül Bas C. van Fraassennel (1982) folytatott a tudományos magyarázat mibenlétéről. Salmonnak a vitában azért volt szüksége a közös ok elvre, mert ennek az elvnek a segítségével vélte elkülöníthetőnek egymástól a valódi tudományos magyarázat alapjául szolgáló kauzális folyamatokat az úgynevezett pszeudofolyamatoktól, mint amilyen például egy árnyék terjedése a falon. A pszeudofolyamatok olyan korreláló eseményekből állnak, amelyek között nincs közvetlen kauzális viszony, hanem a korrelációt egy közös ok hozza létre.

Ettől a tudományfilozófiai problémától függetlenül a hetvenes évektől kezdődően egy másik tudományterületen is egyre több figyelmet kapott a reichenbachi közös ok elv, nevezetesen a kvantumelmélet rejtett paraméteres kutatásaiban. Atomi objektumokon végzett mérések kvantumelméleti jóslatai, valamint később a ténylegesen elvégzett mérések ugyanis azt sugallták, hogy léteznek olyan, távoli események közötti korrelációk, amelyek esetében kizárható mind a közvetlen kauzális hatás, mind a közös ok. Röviden, a reichenbachi közös ok elv a kvantumjelenségek körében nem érvényes – hangzott a verdikt.

Így aztán egyre inkább a körül a kérdés körül kezdett el forogni a vita, hogy miféle elv is a reichenbachi közös ok elv. Metafizikai elv? Empirikus állítás? Metodológiai heurisztika? Ha pedig empirikus állítás vagy metafizikai elv, akkor hol húzódnak érvényességének határai? Érvényes a klasszikus fizikában, de nem érvényes a kvantumelméletben? Kiterjeszthető az elv a kvantumtérelméletre, vagy sérül a véges jelterjedési sebesség következményeként?

Ebben a tanulmányban nincs módunk a kérdésre adott különféle válaszokat áttekinteni.[1] Annyit azonban leszögezhetünk, hogy a nyolcvanas évek végétől az irodalomban az a konszenzus kezdett kibontakozni, hogy a reichenbachi közös ok elv *nem érvényes* univerzálisan. Ezt az álláspontot olyan kvantumelméleti, illetve klasszikus fizikai szituáció felmutatásával igyekeztek alátámasztani, amelyekben adva van egy korreláció anélkül, hogy a korreláló események közvetlen kauzális kapcsolatban állnának, vagy közös okkal rendelkeznének (Sober 1988; Van Fraassen 1989).

Mindezen cáfolatkísérleteknek közös problémája volt azonban, hogy a közös ok elv érvényességét fizikai szituációk egyfajta informális megközelítésén keresztül, intuitív érvelésre hagyatkozva próbálták eldönteni. Könnyű azonban belátni, hogy mind a fizikai szituációkat, mind a közös ok elvét sokféleképpen lehet rekonstruálni. Mit tekintünk egy adott fizikai szituációban eseményeknek? Mit tudunk ezen események közvetlen oksági viszonyairól? Mikor mondjuk, hogy két esemény korrelál egymással? Milyen feltételek mellett tekinthetünk egy harmadik eseményt két korreláló esemény közös okának? Nem meglepő módon különféle rekonstrukciók esetén különféle válaszokat kaphatunk arra a kérdésre, hogy két korreláló, egymással oksági viszonyban nem lévő eseménynek vajon van-e közös oka. Ezért a közös ok elvének érvényességét nem lehet azelőtt eldönteni, hogy a feladat által megkívánt módszerességgel rögzítettük volna, mit is értünk az elvben szereplő fogalmak alatt. Mivel semmi sem zárja ki, hogy a fogalmaknak több, valamilyen szempontból természetes megfogalmazása is létezzen, törekedni kell arra, hogy a lehetőségek szerint minél általánosabb keretek között tárgyaljuk a problémát.

Az alábbiakban azt a kutatási programot szeretnénk röviden bemutatni, amely a reichenbachi közös ok elvében szereplő fogalmak pontos valószínűségelméleti megfogalmazására épül.[2]

[1] Ehhez lásd Szabó G. 2006 (a szerző idegen nyelven Gábor Hofer-Szabó néven publikál).

[2] Jelen tanulmány nem érinti a kauzális gráfelméleti rekonstrukció eredményeit. Ehhez a kutatási irányhoz lásd pl. Pearl (2000) és Spirtes (2000) munkáit.

A REICHENBACHI KÖZÖS OK

A reichenbachi közös ok elv illusztrációját kezdjük egy egyszerű példával. Mi a magyarázata annak, hogy a futballszurkolók a meccsen többnyire egyszerre ugranak fel; röviden, hogy a felugrások korrelálnak? A közös ok elve azt mondja ki, hogy ez a korreláció vagy a szurkolók közötti közvetlen kauzális kapcsolatból ered, vagy valamilyen harmadik eseményből. Kis tanmesénk mindkét esetre példaként szolgálhat. A korreláció eredhet közvetlen kauzális kapcsolatból is, ha mondjuk a szurkolók egyszerűen azért ugranak fel, mert nem látnak az előttük felállóktól; vagy származhat egy közös okból is: a pályán kialakult, a szurkolókat lázba hozó helyzetekből.

Milyen matematikai fogalmak révén ragadható meg a fenti szituáció? Először a korreláció fogalmát kell tisztáznunk. Két szurkoló felugrásai közötti (pozitív) korreláció azt jelenti, hogy két szurkoló többször ugrik fel egyszerre, mint azt a külön-külön felugrások alapján várnánk. Tekintsük a meccset mondjuk egyperces felbontásban, és tegyük fel, hogy két kiválasztott szurkolónk tízszer ugrott fel a meccs alatt, mind a tízszer ugyanabban a percben. Ekkor az együttes felugrások aránya a 90 perchez 10/90, a külön-külön felugrások arányának szorzata viszont csak 10/90 × 10/90, vagyis kilencszer kisebb. A felugrások tehát korrelálnak.

Forduljunk most a bennünket érdeklő közös ok típusú kauzális magyarázat felé, és tegyük fel, hogy mind a tíz felugrás azért történt, mert a pályán valamilyen izgalmas helyzet alakult ki. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel továbbá azt is, hogy a kauzális viszony determinisztikus: minden helyzet felugrást eredményezett, és csak az ilyen helyzetekben történt felugrás. Ekkor a következőket mondhatjuk. (1) Ha a 90-ből csak azokat a perceket tekintjük, amikor a pályán helyzet állt elő, akkor a felugrások közötti korreláció *eltűnik*, ugyanis ebben a tíz esetben mind a külön-külön felugrások, mind az együttes felugrások aránya a szóban forgó 10 perchez viszonyítva 1, hiszen minden ilyen percben a különkülön és (így) az együttes felugrások is bekövetkeztek. (2) Ha a 90-ből csak azokat a perceket tekintjük, amikor a pályán nem volt helyzet, akkor a felugrások közötti korreláció *szintén eltűnik*, ugyanis ebben a 80 esetben mind a külön-külön felugrások, mind az együttes felugrások aránya a szóban forgó 80 perchez 0 (nem következett be sem külön-külön, és így az együtt felugrás sem). (3) Az, hogy *A* szurkoló felugrott, többször következett be (valójában mindig bekövetkezett) akkor, amikor helyzet volt a pályán, mint akkor, amikor nem. (4) Hasonlóan, az, hogy *B* szurkoló felugrott, többször következett be akkor, amikor helyzet volt, mint akkor, amikor nem.

A közös ok és a korreláció viszonyát a fenti négy kritérium tehát a következőképpen jellemzi. (1) és (2) azt állítja, hogy a két esemény közötti korreláció minden olyan statisztikus mintán eltűnik, amelyben a közös ok egyértelműen fennáll, vagy amelyben egyértelműen nem áll fenn. Ezt a jelenséget nevezzük *árnyékolásnak (screening off)*. A (3) és (4) kritérium pedig azt állítja, hogy a közös ok bekövetkezése – intuitíve szólva – „növeli" mind az egyik, mind a másik esemény bekövetkezésének esélyét. E négy kritériumot tekintette Reichenbach a közös ok karakterizációjának: egy korreláció közös oka csak olyan esemény lehet, amely legalább a fenti kritériumoknak megfelel.

Ez a karakterizáció akkor kap különös hangsúlyt, ha a determinisztikus esetről áttérünk az indeterminisztikus vagy másképp sztochasztikus esetekre. Tegyük fel, hogy a szurkolók nem minden esetben ugranak fel egyszerre, de azért felugrásaik korrelálnak. Mi a magyarázata a korrelációnak? Nyilván a pályán kialakult helyzetek. A felugrások és a helyzetek közötti viszony azonban nem determinisztikus, vagyis a szurkolók néha nem ugranak fel egy-egy helyzet láttán, vagy felugranak akkor is, ha a pályán nem történik semmi. Milyen értelemben közös okai tehát a pályán történtek a korrelációnak? A válasz a fenti kritériumok valószínűségi általánosításában rejlik. A pályán történtek valószínűségi értelemben a korreláció közös okának tekinthetők, ha a fenti négy kritérium általánosítása fennáll a közös okra és a korrelációra nézve; vagyis a felugrásokat mind a helyzetek, mind azok hiánya leárnyékolja ([1]–[2] kritérium), illetve a helyzetek növelik a felugrások valószínűségét mindkét szurkoló esetében ([3]–[4] kritérium). Ahhoz azonban, hogy a kritériumokat ebben a sztochasztikus esetben is pontosan meg tudjuk fogalmazni, be kell vezetnünk a valószínűség fogalmát.

Egy jelenségkör leírásához használt valószínűségi modell két alapvető komponensből áll: egy eseményalgebrából és a rajta értelmezett valószínűségből. „Algebráról" itt abban az értelemben beszélünk, hogy tetszőleges A és B eseményre értelmezettnek gondoljuk az „A és B", az „A vagy B" illetve a „nem A" eseményeket. Egy ilyen valószínűségi modell szokásos matematikai reprezentációja egy úgynevezett valószínűségi mértéktérrel történik, amely alatt egy (X, Σ, p) hármast értünk, ahol X egy halmaz, Σ az X halmaz részhalmazaiból képzett σ-algebra, vagyis egy olyan struktúra, amely zárt a részhalmazok közötti bizonyos halmazelméleti műveletekre (megszámlálható unió és metszet, valamint komplementáció; a megszámlálhatóan végtelen unióra és metszetre való zártságot jelöli az algebra előtt a σ), p pedig egy σ-additív, normált mérték, azaz egy olyan leképezés Σ elemeiről a [0,1] valós számokra, amelyre teljesülnek az alábbi követelmények:

i. $p(X) = 1$

ii. $p\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} p(A_i)$, ahol az $A_i \in \Sigma$ halmazok páronként diszjunktak.

Nyilvánvalóan a mértékelméleti megfogalmazásban Σ tölti be az eseményalgebra szerepét, p pedig a valószínűség.

Klasszikus valószínűségi mértéktérre a paradigmatikus példa a szabályos dobókockát reprezentáló mértéktér. Itt X az {1,2,3,4,5,6} halmaz, Σ az X részhalmazaiból képzett 64 elemű halmaz, amely olyan elemeket tartalmaz, mint a {2,4,6} páros dobás, az {1,2,3,4} ötnél kisebb dobás, vagy mondjuk a {6} hatos dobás. A p mérték pedig az az i–ii. tulajdonságokat kielégítő p: $\Sigma \to [0,1]$ hozzárendelés, amely mindegyik {i} elemhez (i = 1 … 6) 1/6-ot rendel. Vegyük észre, hogy ezzel p-t az egész Σ eseményalgebrán megadtuk. Például a páros dobás 1/2 valószínűségű lesz, az ötnél kisebb dobás 2/3 valószínűségű stb.

A továbbiakban szükségünk lesz még egy fogalomra, a feltételes valószínűség fogalmára. Egy A eseménynek egy B eseményre vett $p(A \mid B)$ *feltételes valószínűségét*, amennyiben $p(B) \neq 0$, az alábbi összefüggéssel definiáljuk:

$$p(A \mid B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)},$$

ahol $A \cap B$ az A és B események metszete.
Arra a kérdésre, hogy mit is *jelent* az, hogy a hatos dobás valószínűsége 1/6, a fenti matematikai modell nyilvánvalóan nem ad választ. A valószínűségnek többfajta interpretációja létezik, itt azonban az interpretációk kérdésében nincs módunk elmerülni. Az egyszerűség kedvéért valószínűség alatt értsünk relatív gyakoriságot: a hatos dobás valószínűsége akkor 1/6, ha dobások egy elegendően hosszú sorozatában a dobások közel egy hatoda hatos. Hogy mi számít elegendően hosszú sorozatnak, vagy mit jelent a „közel” kitétel, azzal most nem foglalkozunk.

Ha adva van egy klasszikus valószínűségi mértéktér, akkor két esemény korrelációját könnyen megfogalmazhatjuk. Egy A és B esemény akkor *korrelál pozitívan* a (X, Σ, p) mértéktéren, ha fennáll a következő egyenlőtlenség:

$$p(A \cap B) > p(A) \cdot p(B),$$

vagyis ha az együttes esemény valószínűsége nagyobb, mint az egyes események valószínűségeinek szorzata. Ha az egyenlőtlenségjel fordítva áll, akkor *negatív korrelációról*, ha pedig egyenlőtlenség helyett egyenlőség áll, akkor *valószínűségi függetlenségről* beszélünk. Fontos hangsúlyozni, hogy mind a korreláció, mind a függetlenség csak azután értelmes fogalom, hogy rögzítettük a valószínűségi mértékteret.

És most következzen a reichenbachi közös ok definíciója. Legyen A és B két pozitívan korreláló esemény az (X, Σ, p) mértéktéren. Egy harmadik C eseményt ugyanebben a mértéktérben akkor nevezünk az A és B esemény közötti korreláció *közös okának*, ha a fenti négy kritériumot kielégíti, vagyis ha a közös ok (1) mind jelenlétével, (2) mind távollétével függetlenné teszi az A és B eseményt, továbbá jelenlétével növeli (3) mind az A esemény, (4) mind a B esemény valószínűségét. Ezek a feltételek a feltételes valószínűség segítségével könnyen megfogalmazhatók, és az alábbi alakot öltik:

$$
\begin{aligned}
p(A \cap B \mid C) &= p(A \mid C) \cdot p(B \mid C), && (1)\\
p(A \cap B \mid \neg C) &= p(A \mid \neg C) \cdot p(B \mid \neg C), && (2)\\
p(A \mid C) &> p(A \mid \neg C), && (3)\\
p(B \mid C) &> p(B \mid \neg C). && (4)
\end{aligned}
$$

A fenti négy összefüggés Reichenbach híres közös ok-definíciója, amely egyben a közös ok első valószínűségi megfogalmazása is. A definíció Reichenbach *The Direction of Time* (1956) című művéből származik, amelyben Reichenbach a közös okot az idő aszimmetriájának, a múlt és a jövő különbségének megalapozására használta – több filozófus (például Huw Price 1996. 118) szerint nem kellően megalapozottan. Hogy a reichenbachi kritériumok mennyiben ragadják meg helyesen a közös ok fogalmát, természetesen sokat vitatott kérdés. A definíció a közös oknak nyilvánvalóan legfeljebb a szükséges feltételeit adhatja meg, hiszen a *C* esemény minden determinisztikus okozata, amely egyazon statisztikát fog követni, mint *C*, ki fogja elégíteni a fenti kritériumokat anélkül, hogy maga az *A* és *B* közötti korreláció közös oka lenne. Az $A = C$ vagy $B = C$ esemény szintén kielégíti a definíciót, holott a korreláló eseményeket magukat nyilván nem fogadjuk el közös okként. Ugyanakkor a kritériumok szükséges voltát is sokan kétségbe vonták, vagy a definíciónak egy általánosabb formáját tekintették a közös ok helyes karakterizációjának. Minderre a tanulmány második felében még visszatérünk. Most azonban fogadjuk el, hogy a reichenbachi kritériumok a közös okra vonatkozó intuíciónk helyes valószínűségelméleti megfogalmazásai. Mi következik ebből a reichenbachi közös ok elvére nézve?

KIBŐVÍTHETŐSÉG

A közös ok reichenbachi definíciója nyilvánvalóan feltételezi, hogy *A*, *B* és *C* események ugyanahhoz az eseménytérhez tartoznak: ha ez nem így volna, az (1)–(4) összefüggéseknek nem lenne értelme. Ez más szóval azt jelenti, hogy ha a reichenbachi közös ok elv teljesül, akkor az események egy kellően teljes leírását nyújtó valószínűségi elmélet eseményalgebrájának a korreláló eseménypárok mellett a közös okokat is tartalmaznia kell. Az elv tehát hallgatólagosan feltételezi, hogy a szóban forgó jelenségeket leíró valószínűségi elméletünk eseményalgebrája szükség esetén mindig kiterjeszthető olyanná, hogy az tartalmazza a közös okokat reprezentáló elemeket a szükséges valószínűségi tulajdonságokkal. Ez a kiterjesztés azt a szituációt reprezentálja, amikor a kérdéses korrelációnak „rejtett” közös okai vannak – „rejtettek” abban az értelemben, hogy nem jelennek meg a szituációt durván modellező eredeti (X, Σ, p) mértéktérben, viszont jelen lennének akkor, ha a jelenségekről finomabb leírást adnánk egy kibővített (X', Σ', p') mértéktér segítségével.

Felmerül a kérdés, hogy egy ilyen kiterjesztés mindig lehetséges-e. Érdekes módon ezt a kérdést sokáig senki sem vetette fel. Mint vizsgálatainkból kiderült, a probléma egyáltalán nem triviális.

A kérdés megválaszolása azonban pontos előkészületeket igényel. Mindenekelőtt definiálni kell, hogy mit értünk egy valószínűségi mértéktér konzisztens kiterjesztésén, vagyis olyan kiterjesztésen, amely az eredeti események algebrai és mértékelméleti tulajdonságait érintetlenül hagyja, ugyanakkor újabb eseményeket illeszt az eseménytérbe.[3] Csak ezek után vethető fel a kérdés, hogy egy algebra lehetséges konzisztens kiterjesztései között van-e olyan, amely tartalmazza a szűkebb algebra valamely korrelációjának közös okát. Klasszikus valószínűségi mértéktér esetében a kérdésre a válasz a következő: Az eredeti mértéktér korrelációinak *tetszőleges* véges halmazához létezik a mértéktér olyan kiterjesztése, hogy a kiterjesztett mértéktérben a halmazba tartozó korrelációk mindegyikének van közös oka (Hofer-Szabó – Rédei – E. Szabó 1999).

Ha egy algebra több korreláló eseménypárt tartalmaz, akkor a kiterjesztési procedúra ismétlésével az összes korrelációhoz közös ok található. Az eljárás a következő. Kiválasztunk egy (A_1, B_1) korreláló párt az eredeti (X, Σ, p) mértéktérben, majd pedig kiterjesztjük az (X, Σ, p) mértékteret egy (X', Σ', p') mértéktérré, amely már tartalmazza a korreláció C_1 közös okát. Ezek után veszünk egy másik (A_2, B_2) korreláló párt az eredeti (X, Σ, p) mértéktérben. Mivel a kiterjesztés konzisztens, ezért ez a korreláció reprezentálva lesz a bővebb (X', Σ', p') mértéktérben is, ezért az eljárás folytathatjuk: kiterjesztjük az (X', Σ', p') mértékteret egy (X'', Σ'', p'') mértéktérré, amely már tartalmazza az (A_2, B_2) korreláció C_2 közös okát – és így tovább. Az egymást követő kiterjesztésekkel tehát olyan valószínűségi elméletet nyerünk, amely az eredeti elmélet tetszőleges véges számú korrelációjára nézve tartalmaz közös okot. Valójában ennél még több is megmutatható: az egymást követő kiterjesztések során a közös okok tetszőleges, a reichenbachi (1)–(4) feltételeket kielégítő valószínűségi tulajdonságokkal rendelkezhetnek (a részleteket lásd Hofer-Szabó – Rédei – E. Szabó 1999).

A KÖZÖSOK-ZÁRTSÁG

Első ránézésre ezeket az eredményeket úgy is értékelhetnénk, hogy bármilyen legyen is a világ kauzális rendje, és bármilyen legyen is a világ eseményeinek korrelációs struktúrája, nincs annak valószínűségelméleti akadálya, hogy a kettő a Reichenbach-féle közös ok elvnek megfelelő összhangban legyen. A helyzet

[3] Pontosabban egy (X', Σ', p') valószínűségi mértéktér akkor konzisztens kiterjesztése egy (X, Σ, p) mértéktérnek, ha Σ-nak létezik egy olyan h Boole-σ-algebra-beágyazása (az algebrai műveleteket megőrző, az elemeket nem „összeejtő" leképezése) Σ'-be, hogy Σ minden A elemére fennáll a következő összefüggés: $p'(h(A)) = p(A)$.

azonban nem ennyire egyszerű. Ha ugyanis feltesszük, hogy az események korrelációs struktúrája leírható (klasszikus) valószínűségi eszközökkel, akkor a közös ok elv csak úgy lehet igaz, ha azt is feltesszük, hogy (elvben) létezik olyan (X, Σ, p) valószínűségi mértéktér, hogy a Σ eseményalgebrában található öszszes olyan korreláló eseménypárhoz, amely nincs direkt kauzális kapcsolatban egymással – jelölje R_{ind} ezek halmazát – található legyen közös ok *magában a Σ eseményalgebrában*. Hangsúlyoznunk kell, hogy a kiterjeszthetőségi tételekből ez nem feltétlenül következik, hiszen itt csak azt sikerült bizonyítanunk, hogy tetszőleges *véges* számú korrelációnak megadható a közös oka a kiterjesztett elméletben[4] – az R_{ind} halmaz viszont lehet *végtelen*. Vegyük észre, hogy az sem oldja meg a helyzetet, ha feltételezzük, hogy az elméletünkben eredetileg csak véges sok eseménypár közötti korreláció vár közös ok típusú magyarázatra. A kiterjesztések ugyanis új eseményeket hoznak be, és ezáltal új korrelációk tűnhetnek fel. Vagyis a kiterjesztések révén egyfelől képesek leszünk közös okkal megmagyarázni az eredeti algebrában magyarázatra szoruló összes (véges sok) korrelációt, másfelől viszont új, (szintén véges sok) esetleg R_{ind}-be tartozó, tehát magyarázatra szoruló korrelációt involválunk.

Ezzel összefüggésben felmerülő érdekes kérdés, hogy léteznek-e olyan valószínűségi mértékterek, melyekben *minden* korrelációhoz létezik a közös októl elvárt reichenbachi feltételeket kielégítő esemény. Az ilyen valószínűségi mértéktereket *közösok-zárt mértéktereknek* nevezzük. A válaszhoz először is meg kell különböztetnünk a valószínűségi értelemben atomos és a nem atomos mértéktereket. Egy mértéktérben valószínűségi atomnak nevezzük a legkisebb nem nulla valószínűségű elemeket. A közösok-zártság tekintetében az atomos és nem atomos mértékterek homlokegyenest ellenkező képet mutatnak. Az atomos mértékterek (a triviális, egyatomos mértéktér kivételével) nem közösok-zártak, a nem atomos mértékterek viszont kivétel nélkül azok. De ami még fontosabb, *bármely* nem közösok-zárt klasszikus valószínűségi mértéktér konzisztens módon kiterjeszthető, vagyis beágyazható egy olyan mértéktérbe, amely már közösok-zárt (Gyenis B. – Rédei 2004; valamint Gyenis Z. – Rédei 2010).

Természetesen nem minden kauzális viszony közös ok típusú. Így a fenti tételek túl erősek ahhoz, hogy igazán jelentős következtetéseket vonhassunk le belőlük a korrelációk kauzális magyarázatára vonatkozóan. A valószínűségi struktúra önmagában nem mond semmit az események időbeli viszonyáról, így például a korrelációk nemcsak közös okból eredhetnek, hanem közvetlen kauzális hatásból is. A közösok-zártság vizsgálatához gyümölcsözőbb kiindulási pontot jelent tehát az, ha először rögzítjük a korrelációknak azon osztályát, amelyre *nem* kívánunk közös ok típusú magyarázatot adni, mégpedig azért, mert a szó-

[4] Érdekes módon éppen a bonyolultabb kvantum-valószínűségi modellekben sikerült ennél erősebb tételt bizonyítanunk, korrelációk tetszőleges halmazára nézve (Hofer-Szabó – Rédei – E. Szabó 1999).

ban forgó korreláló események között közvetlen kauzális viszony van. Ilyenkor formálisan úgy célszerű eljárnunk, hogy előre rögzítünk egy R_{ind} relációt, amely a kauzálisan független események között áll fenn, és a közösok-zártsággal kapcsolatos vizsgálódásainkat az ilyen relációban álló eseményekre korlátozzuk. Az R_{ind} reláció hangolásával ezek után skálázhatjuk a különféle kauzális szituációkat attól függően, hogy milyen erős közvetlen kauzális viszony mellett keressük a maradék korrelációk közös ok típusú magyarázatát. A témában még sok nyitott kérdés van, annyi azonban már most megállapítható, hogy, bár a véges valószínűségi mértékterek kauzális zártsága lehetséges még elegendően gyenge és észszerű R_{ind} reláció mellett is, a kauzális zártság tipikusan nem-véges valószínűségi mértékteret igényel.

A KÖZÖS OK ÉS A *KÖZÖS* KÖZÖS OK

Láttuk, hogy a reichenbachi közös ok elve nem cáfolható azon a módon, hogy felmutatunk egy nem közösok-zárt valószínűségi mértékteret, mivel minden klasszikus valószínűségi mértéktér konzisztensen kiterjeszthető olyan mértéktérré, amely már tartalmazza az eredeti mértéktér korrelációinak közös okát. Szintén láttuk, hogy a kiterjesztés lépésenként haladt: első lépésben az (A_1, B_1) korrelációhoz kerestünk egy közös okot, majd egy következő lépésben a (A_2, B_2) korrelációhoz, és így tovább. Fel kell azonban hívnunk a figyelmet arra, hogy a második lépésben talált C_2 közös ok nem feltétlenül egyezik meg az első lépésben talált C_1 közös okkal, sőt általában ez a helyzet – a két korrelációnak különböző közös okai lesznek. Ez tökéletesen megfelel hétköznapi intuíciónknak: miért is lenne két különböző jelenségnek ugyanaz a kauzális magyarázata, miért is rendelkezne két korreláció egyetlen úgynevezett *közös* közös okkal?

Érdemes röviden megvilágítanunk a közös ok *vs. közös* közös ok megkülönböztetés hátterét. A két fogalom különbségére először Nuel Belnap hívta fel a figyelmet, és 1996-ban történik róla először említés az irodalomban (Belnap – E. Szabó 1996). A különbségtétel a következő fejezetben ismertetésre kerülő közösok-rendszerek kontextusában merült fel, melynek az eddig tárgyalt reichenbachi közösok-fogalom egy speciális esete. A közösok-rendszer fogalma lényegében megegyezik azzal, amit az EPR–Bell-probléma irodalmában a fizikusok rejtett paraméternek neveznek. Az EPR–Bell-problémára még visszatérünk. Lényege, hogy bizonyos kvantummechanikai kísérletekben olyan korrelációkat figyelhetünk meg, amelyeknek – a szokásos argumentumok szerint – nem létezhet sem direkt, sem közös ok típusú magyarázata. Nevezetesen, ha feltesszük valamilyen rejtett paraméter létezését, akkor e feltételezésből olyan egyenlőtlenségek vezethetők le (Bell-egyenlőtlenségek), melyeket a kísérletben megfigyelt valószínűségek sértenek. Ebben a kontextusban fontos volt észrevenni, hogy a Bell-egyenlőtlenségek levezetésében hallgatólagosan felteszszük, hogy a különböző korrelációknak *közös* közös oka van (pontosabban *közös* közösok-rendszere, lásd alább) egy közös rejtett paraméter formájában.

Mindezek tükrében a Reichenbach-féle közös ok kontextusában is megkérdezhetjük, vajon nem igaz-e az is, hogy a klasszikus valószínűségi terek kiterjeszthetők úgy, hogy a korreláló eseménypároknak a kiterjesztett mértéktérben *ugyanaz* az esemény legyen a közös oka. Vagyis található-e a korrelációk tetszőleges halmazához egy *közös* közös ok? A válasz nemleges (Hofer-Szabó – Rédei – E. Szabó 2002): a klasszikus valószínűségi mértékterek általában nem terjeszthetők ki úgy, hogy bennük több különböző korrelációnak ugyanaz legyen a közös oka. Megadható már pusztán két korreláló párt tartalmazó egyszerű mértéktér is, amelynek nem létezik *közös* közös okot tartalmazó kiterjesztése. A *közös* közös okkal való kiterjeszthetőség szükséges és elégséges feltételei viszont nem ismertek. A *közös* közös ok fogalma tehát radikálisan erősebb fogalom, mint a közös ok fogalma. Ennélfogva különböző korrelációk nem feltétlenül magyarázhatók egyetlen *közös* közös okkal, bármennyire finomítjuk is a világról alkotott leírásunkat.

A reichenbachi közös ok elvvel szemben azonban a fenti tétel nem jelent ellenvetést, mivel az elv – legalábbis eredeti formájában – nem vonatkozik több korrelációhoz tartozó *közös* közös okokra, pusztán egyetlen korrelációhoz tartozó közös okra vonatkozik.

A KÖZÖSOK-RENDSZER

A reichenbachi közös ok definícióval szemben több ellenvetés is megfogalmazható (E. Szabó 2002, 5.5 fejezet). Ezek egyike szerint a reichenbachi definíció szükségtelenül restriktív, és csak pozitív korrelációkra épül. Egyrészt egy A és B esemény közötti *negatív* korreláció ugyanúgy kauzális magyarázatot követel, mint egy pozitív korreláció (vö. Gyenis B. – Rédei 2004). Másrészt az A és B esemény közötti – akár negatív, akár pozitív – korreláció létrejöttében az A és C esemény közötti, illetve B és C esemény közötti pozitív és negatív korrelációk ugyanúgy szerepet játszhatnak. Megmutatható (E. Szabó 2002. 125), hogy a (3)–(4) feltételek jelentős gyengítése mellett is ugyanúgy triviálisan következik az A és B közötti korreláció, azzal a különbséggel, hogy a korreláció lehet negatív is. Vagyis, a deduktív-nomologikus magyarázati modell értelmében, a közös ok jelenléte ebben az esetben is *magyarázza* az A és B közötti korrelációt.

A másik ellenvetés, hogy a reichenbachi értelemben definiált közös ok alkalmatlannak tűnik azokban az esetekben, amikor egy korreláció létrejöttében több kauzális faktor játszik egyszerre szerepet. Ha például elgondolunk két olyan C és C' eseményt, melyek bekövetkezése külön-külön is megnöveli az A és B események együttes bekövetkezési valószínűségét, akkor teljesen értelmetlen megkövetelnünk, hogy akár C, akár C' teljesítse a negáltra vonatkozó

(2) árnyékolási tulajdonságot. Hiszen ha C nem következik be, a korrelációnak még nem kell eltűnnie, ugyanis C' ettől még bekövetkezhet.

Végül meg kell említenünk, hogy számos egyszerű példa mutatható, amelyben az eseményalgebrának sok (akár kontinuum sok) a reichenbachi definíciót kielégítő eleme van, mégis teljesen kontraintuitív volna ezek bármelyikét közös oknak tekintenünk, míg az adott példában nyilvánvaló közös ok nem teljesíti a reichenbachi kondíciókat.

Mindezek tükrében úgy tűnik, hogy a Reichenbach által definiált közösokfogalom nem tükrözi helyesen azt a fogalmat, amellyel egy korrelációt intuitíve elfogadhatóan magyarázni tudunk. Nem tekinthető véletlennek tehát, hogy a kauzálisan szeparált események közötti korrelációk közös ok típusú magyarázatában, jelesül a már említett kvantummechanikai kísérletekben tapasztalt korrelációk rejtett paraméteres magyarázatában használt, a fizikus intuíciónak jobban megfelelő közösok-fogalom hasonlít, de *nem egyezik meg* a Reichenbach által definiált közös ok fogalmával. A következőkben a közös oknak ezt az intuitív fogalmát fogjuk pontosan, az eddig megismert kontextusba helyezve értelmezni.

Egy (A,B) korreláló pár *közösok-rendszere* alatt az (X,Σ,p) mértéktérnek egy olyan $\{C_i\}_{i=1\dots n}$ partícióját értjük, amelynek minden C_i tagjára teljesül a következő összefüggés:

$$p(A\cap B\,|\,C_i) \;=\; p(A\,|\,C_i)\cdot p(B\,|\,C_i). \quad (5)$$

A fizikában használt rejtett paraméter fogalma pontosan a fent definiált fogalomnak felel meg: a közösokrendszer egy C_i tagja az az eseménytípus, amelyet az jellemez, hogy a rejtett paraméter egy meghatározott értéket vesz fel.

A közösok-rendszer fogalma mögött a kauzalitás természetére vonatkozóan azon intuitív kép húzódik meg, hogy a szóban forgó korrelációt nem feltétlenül egyetlen esemény hozza létre, hanem esetleg események olyan rendszere, amelyek egymással összekapcsolódva fejtik ki kauzális hatásukat az okozatokra nézve. A rendszer elemei tehát a reichenbachi négy kondícióból csak (1)-et teljesítik. Vagyis a közösok-rendszer fogalma pontosan orvosolja a Reichenbach-féle közösok-fogalommal szemben felmerült kifogásokat. Speciálisan, egy kételemű közösok-rendszer éppen megegyezik a reichenbachi közös ok fogalmával, elhagyva belőle a (3)–(4) egyenlőtlenségeket.

Mi a helyzet tehát a reichenbachi közös ok elvére vonatkozó fenti tételekkel, ha a reichenbachi közös ok fogalmát a közösok-rendszer fogalmával cseréljük fel? Ebben az esetben nemcsak a közösok-kiterjeszthetőségre vonatkozó tételek maradnak továbbra is érvényben, hanem a *közös* közösok-kiterjeszthetőségre vonatkozó tételek is érvényesek lesznek az alábbi értelemben: tetszőleges (X,Σ,p) valószínűségi mértéktérben korrelációk egy tetszőleges véges halmazához található olyan n természetes szám, hogy (X,Σ,p) kiterjeszthető úgy, hogy a kiterjesztett mértéktérben a korrelációs halmaz minden elemének van egy n elemű *közös* közösok-rendszere.

A teljesség kedvéért érdemes megemlítenünk, hogy ha a közösok-rendszer fogalmát olyan módon módosítjuk, hogy (5) mellett megköveteljük a (3)–(4) egyenlőtlenségek általánosításának tekinthető

$$[p(A \mid C_i) - p(A \mid C_j)] \times [p(B \mid C_i) - p(B \mid C_j)] > 0 \quad (i \neq j)$$

feltételt, amely garantálja az A és B közötti korreláció pozitivitását, akkor a kiterjeszthetőségre vonatkozó pozitív, illetve a *közös*közösok-kiterjeszthetőségre vonatkozó negatív tételek továbbra is érvényben maradnak (Hofer-Szabó – Rédei 2004, 2006). Az ilyen extra tulajdonságú közösok-rendszereket hívjuk *reichenbachi közösok-rendszernek*.[5]

NEM KLASSZIKUS MÉRTÉKTEREK

Az uralkodó nézet szerint a kvantumjelenségek értelmezéséhez egy nem klasszikus valószínűségelmélet bevezetése szükséges, ahol is az eddigi vizsgálódások alapjául szolgáló (X, Σ, p) mértéktér helyébe egy kvantumvalószínűségi mértéktér lép.[6] A kvantumvalószínűségi mértéktérben természetesen a közös ok definíciójában szereplő fogalmakat is adaptálni kell az új formalizmushoz, de ez minden további nélkül megtehető. Ezek után bizonyíthatóvá válik a klasszikus kiterjeszthetőségi tétel kvantumos megfelelője: *Tetszőleges* kvantumvalószínűségi mértéktérre igaz, hogy a mértéktér korrelációinak *tetszőleges* megszámlálhatóan végtelen halmazához létezik a mértéktérnek olyan kiterjesztése, amelyben a halmazba tartozó korrelációk mindegyikének van közös oka (Hofer-Szabó – Rédei – E. Szabó 1999). Mint látjuk, a reichenbachi közös ok elv teljesülésének nincs valószínűség-elméleti akadálya a kvantumvalószínűség-elmélet keretein belül sem. Amennyiben a reichenbachi közös ok elvet cáfolni akarjuk, a közös ok definíciójába a felsorolt négy kritériumon túl extra feltevéseket is be kell illesztenünk.

Honnan jöhetnek ilyen járulékos feltevések? Nyilvánvalóan a fizikai szituáció további jellemzéséből. A legfontosabb ilyen jellemző az események téridőbeli helyzete. Ha ezt a téridőbeli elhelyezkedést sikerül modelleznünk a

[5] A részletek mellőzésével megjegyezzük, hogy nemcsak a korreláló események közös okát lehet eseményről partícióra „finomítani”, hanem magukat a korreláló eseményeket is, sőt, a korreláció korábban bevezetett definícióját is általánosíthatjuk, ahogyan ez a statisztikában a különféle asszociációs mutatószámok bevezetésekor történik. A reichenbachi közös ok és a közösok-rendszer így speciális eseteivé válnak egy úgynevezett *általánosított reichenbachi közös ok*nak; a kiterjeszthetőséggel és zártsággal kapcsolatos eredmények egy részét is lehet ezen általános keretek között igazolni (Gyenis B. – Rédei 2010).

[6] Nem feltétlenül kell egyetértenünk ezzel a nézettel. A szerzők véleménye is megoszlik ebben a kérdésben (vö. Rédei 1998; E. Szabó 2001, 2002). A kvantumvalószínűség-elmélet alapjairól lásd Rédei 1998 vagy E. Szabó 2002.

valószínűségelmélet keretein belül, akkor további megszorításokat nyerhetünk a korrelációk magyarázataként szóba jöhető közös okok körére nézve, és ez új fénybe helyezheti a közös ok elv érvényességére vonatkozó eddigi megfontolásainkat is.

A kvantumelméleti események téridőbeli *locus*át is figyelembe vevő elmélet a kvantumtérelmélet, amely a megfigyelhető mennyiségeket téridőbeli tartományokhoz rendeli.[7] Ez az elmélet korrelációt jósol térszerűen szeparált, azaz a relativitáselmélet szerint kauzálisan független tartományokhoz tartozó események között. Ezek a korrelációk tehát nem magyarázhatók a korreláló események közötti közvetlen kauzális hatás eredményeként. Ha a reichenbachi közös ok elvet – ebben a lokalitással kiegészített formában – érvényben kívánjuk tartani, nem marad más lehetőségünk, minthogy a korrelációt egy, a téridőben megfelelően elhelyezkedő közös ok segítségével magyarázzuk. A „megfelelően elhelyezkedő" itt a relativitáselmélet szellemében azt jelenti, hogy a közös ok téridőbeli helye a korreláló események múltbeli fénykúpjainak metszetében van, vagyis a téridőnek abban a tartományában, ahonnan legfeljebb fénysebességgel terjedő kauzális hatások érkezhetnek a két eseményhez. A közös oknak ez a lokalizációja azonban nem az egyetlen lehetőség: mind gyengébb, mind erősebb lokalizáció elképzelhető. A gyengébb lokalizáció megelégszik egy olyan tartománnyal, amely a két korreláló esemény közül legalább az egyiket kauzálisan befolyásolni tudja, vagyis a korreláló események múltbeli fénykúpjainak uniójával. Az erősebb lokalizáció ezzel szemben egy olyan tartományt jelent, amelynek minden téridőbeli pontja mindkét korreláló esemény minden pontját kauzálisan befolyásolni képes. Ennélfogva a reichenbachi közös ok elv három nem ekvivalens formában implementálható a kvantumtérelméletbe. Így azután ismét csak felvethető a kérdés, hogy a kvantumtérelmélet kauzálisan elég gazdag-e ahhoz, hogy a térszerűen szeparált korrelációkhoz a három különböző értelemben reichenbachi közös okot szolgáltasson. Kiderült, hogy a közös ok elv gyenge értelemben fenntartható, azaz térszerűen szeparált korreláló eseményekhez mindig található közös ok az események múltbeli fénykúpjainak uniójában (Rédei – Summers 2005). Kiderült továbbá az is, hogy az erős közös ok elv megsérthető az ún. *wedge* tartományokon megadható korrelációk segítségével. A harmadik, köztes értelemben vett (és egyben legfontosabb) reichenbachi közös ok elv érvényességéről jelenleg azonban keveset tudunk.

Hangsúlyozzuk, hogy a fentiekben a reichenbachi közös ok elvet az eredeti értelemben vettük, ahol a korrelációkat közös *okokkal,* nem pedig közösok-*rendszerekkel* kívánjuk magyarázni. Hogy a nem klasszikus esetben mi a helyzet a közösok-rendszerrel kapcsolatban, az egyelőre nyitott kérdés.

[7] A kvantumtérelméletben az események mint speciális fizikai mennyiségek a lokális Neumann-algebrák projektoraival vannak reprezentálva.

AZ EPR–BELL-PARADOXON

A reichenbachi közös ok elvvel szembeni legfőbb kihívást az ún. EPR–Bell-paradoxon jelenti.[8] A fizikai szituáció,[9] amelyet a nyolcvanas évektől kezdve kísérletileg is ellenőriztek, a következő.

Egy részecskeforrásból megfelelően preparált állapotú kvantumrészecskék repülnek szét jobbra és balra. A szétrepülő részecskéken ezután, egymástól távol, egy-egy spinvetületmérést hajtunk végre, melyeknek a kvantummechanika törvényei szerint két lehetséges kimenetele van: egy adott irányban mért spinvetület lehet *pozitív* vagy *negatív*. A mérés mindkét részecske esetében két-két tetszőleges irányban történhet, amely irányokat (legalábbis a legújabb mérésekben) a részecskék repülési ideje alatt egymástól független random kapcsolók választják meg. Egy kísérleti futamban tehát mindkét oldalon egy-egy mérési irányt és egy hozzá tartozó pozitív vagy negatív spinértéket regisztrálnak. Jelöljük a bal és jobb oldali két-két mérési irányt rendre a_i-val és b_j-vel ($i, j = 1, 2$), a megfelelő irányú spinmérés *pozitív* kimeneteleit pedig rendre A_i-val és B_j-vel. Az ismételt mérések során megállapíthatjuk a különböző mérési irányok választásának, valamint a mérések kimeneteleinek statisztikáját. Az egyszerűség kedvéért egy tipikus, ilyen mérési elrendezésben mért konkrét eredményeket adunk meg példaként:

$$p(a_i) = p(b_j) = \frac{1}{2} \tag{6}$$

$$p(A_i) = p(B_j) = \frac{1}{4} \tag{7}$$

$$p(a_i \cap b_j) = p(a_i)\, p(b_j) \tag{8}$$

$$p(a_i \cap B_j) = p(a_i)\, p(B_j) \tag{9}$$

$$p(A_i \cap b_j) = p(A_i)\, p(b_j) \tag{10}$$

$$p(A_1 \cap B_1) = p(A_1 \cap B_2) = p(A_2 \cap B_2) = \frac{3}{32} \tag{11}$$

$$p(A_2 \cap B_1) = 0 \tag{12}$$

[8] Einstein–Podolsky–Rosen 1935; Bell 1964. (Az EPR paradoxon részletesebb áttekintését lásd E. Szabó 2002, 8.4–8.6 fejezet; E. Szabó 2008.)

[9] Bohm–Aharonov 1957.

Mint láthatjuk, a jobb és bal oldali mérések kimenetelei között korreláció van:

$$
\begin{aligned}
p(A_1 \cap B_1) - p(A_1)p(B_1) &= \frac{1}{32}, &(13)\\
p(A_1 \cap B_2) - p(A_1)p(B_2) &= \frac{1}{32}, &(14)\\
p(A_2 \cap B_2) - p(A_2)p(B_2) &= \frac{1}{32}, &(15)\\
p(A_2 \cap B_1) - p(A_2)p(B_1) &= \frac{-1}{16}. &(16)
\end{aligned}
$$

A kérdés ezek után az, hogy mi a kauzális magyarázata a szóban forgó négy korrelációnak.

A modern kísérleti technika segítségével lehetővé vált, hogy a két mérést olyan távolságban végezzék el, illetve a mérési időablakokat olyan rövidnek válasszák, hogy ezáltal garantálható legyen a két mérés kauzális szeparációja. Pontosabban a két mérőhelyen történtek így csak akkor lehetnének egymásra kauzális hatással, ha ez a hatás a fénysebességnél nagyobb sebességgel terjedne; az ilyen szuperluminális hatásokat azonban más fizikai megfontolások alapján ki szoktuk zárni. Ha azonban a közvetlen kauzális hatást kizártuk, akkor a reichenbachi közös ok elve már csak úgy teljesülhet, ha a korrelációk valamilyen közös okból származnak.

Mint említettük, a fizikai irodalomban az EPR-kísérletben tapasztalt korrelációk közös ok típusú magyarázata alatt egy rejtett paraméteres magyarázatot szokás érteni, ami az általunk bevezetett fogalmak szerint egy *közös* közösok-rendszerrel történő magyarázatnak felel meg. A kérdés tehát az, hogy beágyazhatók-e az EPR-kísérletben megfigyelt események a kísérletben megfigyelt (6)–(12) relatív gyakoriságokkal egy olyan klasszikus valószínűségi elméletbe, amelyben a spinmérések eredményei között fennálló (13)–(16) korrelációknak *közös* közösok-rendszere van? A kiterjesztési tételek alapján a válasz az lenne, hogy igen. Felmerül azonban egy további követelmény a közös okkal szemben, amelyről eddig még nem tettünk említést.

A ténylegesen elvégzett mérésekben a mérési irányok választása a jobb és a bal oldalon két egymástól független random kapcsolóberendezéssel történik. Az egymástól való függetlenség *nem hipotézis, hanem megfigyelt tény,* melyet a (8)-as egyenlet fejez ki. Mármost plauzibilisnek tekinthető azt is feltételeznünk, hogy a random kapcsolók működése minden mástól is független, jelesül független a $\{C_k\}_{k=1\ldots n}$ közösok-rendszerbe tartozó eseményektől. Azaz feltesszük, hogy

$$
\begin{aligned}
p(a_i \cap C_k) &= p(a_i)\,p(C_k)\\
p(b_j \cap C_k) &= p(b_j)\,p(C_k)
\end{aligned}
\qquad (i, j = 1, 2;\ k = 1 \ldots n) \qquad (17)
$$

Ez az úgynevezett *konspirációmentesség* tehát egy metafizikai *feltevés*, melyet intuitív argumentumokkal szokás alátámasztani. Hármat említünk meg:

1. A közösok-rendszer C_k eseményei feltételezhetően olyan fizikai események, amelyek a jobb és bal oldali mérések hátrafénykúpjainak metszetében történnek, hiszen a C_k eseményeknek kauzális hatással kell lenniük a mérés kimeneteleire, és feltevésünk szerint nem létezik szuperluminális kauzális hatás. Mivel pedig a random kapcsolók működését a jobb és a bal oldalon lokális random események irányítják, melyek kívül esnek a két hátrafénykúp metszetén, így fizikailag nem plauzibilis feltételezni egy olyan rejtett konspirációt, amely szerint a részecskék spinjeit meghatározó közös okok valamilyen újabb közös ok típusú magyarázatra szoruló korrelációban állnának a kapcsolókban történő random eseményekkel.
2. Elvben a random kapcsolásokat vezérelhetnénk az univerzum két ellenkező végéből jövő, nagyon távoli random eseményekkel (pulzárok stb.) is, és így szintén nem volna plauzibilis feltenni, hogy a világot olyan rejtett konspiráció hatja át, amely összehangolja a sok milliárd fényévre lévő különböző random történéseket a laboratóriumunkban keltett részecskék spinméréseiben jelentkező eseményeket meghatározó közös okokkal.
3. Elvben a random kapcsolók helyén ülhetne két laboráns is, akik szabad akaratukból döntenek, hogy melyik mérést válasszák. Nem volna tehát plauzibilis feltételeznünk, hogy a laboránsok szabad választásaira a részecskék viselkedését meghatározó közös okok hatással lennének.

Jó okunk van tehát feltenni, hogy a közös közösok-rendszer kielégíti a (17) feltételt. E feltevés mellett azonban a *közös* közösok-rendszer létezéséből bizonyos egyenlőtlenségek vezethetők le, az úgynevezett Bell-egyenlőtlenségek, melyeket a kísérletben tapasztalt relatív gyakoriságoknak kellene teljesíteniük. A mért relatív gyakoriságok azonban sértik a Bell-egyenlőtlenségeket (lásd például E. Szabó 2000). A konklúzió tehát az, hogy a konspirációmentesség feltételét kielégítő *közös* közösok-rendszerrel az EPR-kísérletben tapasztalt korrelációk nem magyarázhatók.

Az egyik lehetséges kiút, hogy a korrelációk magyarázatára nem *közös* közösok-rendszer létezését, hanem úgynevezett *külön* közösok-rendszerek létezését tesszük fel. Megmutatható (E. Szabó 2000), hogy az EPR-kísérletben megfigyelt események a kísérletben megfigyelt (6)–(12) relatív gyakoriságokkal beágyazhatók egy olyan klasszikus valószínűségi elméletbe, amelyben a spinmérések eredményei között fennálló (13)–(16) korrelációknak külön-külön létezik közösok-rendszere úgy, hogy a közös okok kielégítik a (17) feltételt. Ez az eredmény azt sugallja, hogy az EPR-kísérlet nem cáfolja a Reichenbach-féle közös ok elvet. A helyzet azonban bonyolultabb. A közös okok ugyan teljesítik a konspirációmentességet megfogalmazó (17) feltételt, a modellben azonban újabb konspirációt jelentő korrelációk lépnek fel: a mérésválasztások korrelálnak a közös okokból az eseményalgebra műveleteivel képzett összetett eseményekkel. Komputeres vizsgálatok arra a sejtésre engedtek következtetni, hogy nem létezik az EPR-korrelációknak konspirációmentes *külön* közösok-rendszereket megengedő modellje (E. Szabó 2000). Bizonyos speciális kondíciók mellett a sejtésre vannak bizonyítások (Grasshoff–Portmann–Wüthrich 2005; Portmann–Wühtrich 2007; Hofer-Szabó 2008, 2010).

Az EPR-kísérlet – és néhány hasonló spinkorrelációs kísérlet – tehát valóban kihívást jelent a Reichenbach-féle közös ok elv számára. Valójában ez az egyetlen olyan szituáció, amikor az elv sérülni látszik. Érdemes megjegyeznünk, hogy annak ellenére, hogy a kvantummechanika kontextusában merül fel, az EPR–Bell-probléma teljesen független a kvantummechanikától. Laboratóriumi kísérletekben megfigyelt makroszkopikus események relatív gyakoriságairól van szó, melyekre nincs kauzális magyarázat. Ebből a szempontból teljesen mellékes az a körülmény, hogy a kísérletben megfigyelt relatív gyakoriságok megegyeznek a kvantummechanika jóslataival. A probléma feloldása tehát csak két úton képzelhető el: vagy a laboratóriumi mérések közvetlen értelmezésére vonatkozó új megfontolásokkal (Fine 1982, 1991; Larsson 1999a, 1999b; E. Szabó 2000b; E. Szabó – Fine 2002), vagy a kauzális fogalmainkat újraértelmező, illetve pontosító, részben metafizikai megfontolásokkal (E. Szabó 1989; Rédei 1995; Belnap – E. Szabó 1996; Rédei–Summers 2010; Rédei 2010).

ÖSSZEFOGLALÁS

A reichenbachi közös ok elvre, vagyis korrelációk kauzális magyarázatára vonatkozóan tehát a következő tézisszerű állításokat tehetjük:

1. A reichenbachi közös ok elv érvényessége nem dönthető el fizikai szituációk intuitív érvelésre támaszkodó, informális megközelítésén keresztül; az elv elemzése a közös ok fogalmának pontos valószínűségi modellezését előfeltételezi.
2. A formális megközelítés egyik legfontosabb eredménye, hogy minden fizikai szituációt reprezentáló klasszikus és kvantumos valószínűségi mértéktér kiterjeszthető úgy, hogy bármely benne szereplő korrelációnak legyen közös oka.
3. Mi több, ez a kiterjesztés úgy is elvégezhető, hogy a bővebb mértéktérben egyáltalán ne legyen közös ok nélküli korreláció. A közös ok típusú magyarázatra szoruló korrelációk köre továbbá tetszés szerint hangolható egy R_{ind} kauzális függetlenségi reláció segítségével.
4. A közös ok elvben szereplő közös okot szigorúan meg kell különböztetni a *közös* közös ok fogalmától, több korreláció egyazon közös okától. Ez utóbbira vonatkozóan a valószínűségi mértékterek általában nem terjeszthetők ki.

5. Amennyiben közös okról közösok-rendszerre térünk át, úgy nemcsak a közösok-kiterjeszthetőségre vonatkozó tételek maradnak érvényben, hanem a *közös* közösok-kiterjeszthetőségre vonatkozó tételek is érvényesek lesznek a fent vázolt értelemben.
6. A klasszikusról kvantumvalószínűségi mértéktérre térve át a közösok-kiterjeszthetőségre vonatkozó tétel szintén érvényben marad.
7. A kvantumtérelméletben a közös ok múltbeli lokalizációjától függően legalább háromféleképpen megfogalmazhatjuk a közös ok elvét. Ezek közül egy biztosan igaz, egy biztosan hamis, egyről (a legfontosabbról) pedig keveset tudunk.
8. Végül a reichenbachi közös ok elv az eredetitől legtávolabb eső megfogalmazását az EPR-korrelációk kauzális magyarázatánál nyerte el, mivel itt az elv jelentését megterhelték egyfelől azok az extra valószínűségi megszorítások, amelyek a korreláló események, a mérésválasztások, illetve a közös ok téridőbeli elhelyezkedéséből adódtak, másfelől a keresés mindvégig *közös* közösok-rendszerre vonatkozott, nem pedig egyszerűen közös okra. Az ily módon megterhelt közös ok elv érvényességét végül a Bell-egyenlőtlenségek kizárják. Hogy mi a helyzet akkor, ha a *közös* közösok-rendszert *külön* közösok-rendszerrel helyettesítjük, egyelőre nem ismeretes.

IRODALOM

Belnap, Nuel – László E. Szabó 1996. Branching Space Time Analysis of the GHZ Theorem. *Foundations of Physics*. 26. 989–1002.

Bohm, David – Yakir Aharonov 1957. Discussion of Experimental Proof for the Paradox of Einstein, Rosen, and Podolsky. *Physical Review*. 108. 1070–1076.

Einstein, A. – B. Podolsky – N. Rosen 1935. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete? *Physical Review*. 47. 777–780.
(A cikk elérhető az interneten: http://prola.aps.org/pdf/PR/v47/i10/p777_1)

E. Szabó, László 1989. Quantum Causal Structure and the Einstein–Podolsky–Rosen Experiment. *International Journal of Theoretical Physics*. 28. 35–47.

E. Szabó, László 2000a. On an Attempt to Resolve the EPR-Bell Paradox via Reichenbachian Concept of Common Cause. *International Journal of Theoretical Physics*. 39. 901–911.

E. Szabó, László 2000b. On Fine's Resolution of the EPR-Bell Problem. *Foundations of Physics*. 30. 1891–1909.

E. Szabó, László 2001. Critical Reflections on Quantum Probability Theory. In Rédei Miklós – Michael Stoeltzner (szerk.) *John von Neumann and the Foundations of Quantum Physics*. Kluwer, Dordrecht.

E. Szabó, László – Arthur Fine 2002. A Local Hidden Variable Theory for the GHZ Experiment. *Physics Letters*. A295. 229–240.

E. Szabó László 2002. *A nyitott jövő problémája – véletlen, kauzalitás és determinizmus a fizikában*. Budapest, Typotex.

E. Szabó, László 2008. The Einstein–Podolsky–Rosen Argument and the Bell Inequalities. *Internet Encyclopedia of Philosophy*.
URL: http://www.iep.utm.edu/epr Hozzáférés: 2010. 10. 01.

Fine, Arthur 1982. Some Local Models for Correlation Experiments. *Synthese*. 50. 279–294.
Fine, Arthur 1991. Inequalities for Nonideal Correlation Experiments. *Foundations of Physics*. 21. 365–378.
Gyenis, Balázs – Miklós Rédei 2004. When Can Statistical Theories Be Causally Closed? *Foundations of Physics*. 34. 1285–1303.
Gyenis, Balázs – Miklós Rédei 2010. Causal Completeness of Generalized Probability Theories. In Mauricio Suárez (szerk.) *Probabilities, Causes and Propensities in Physics*. Dordrecht, Springer.
Gyenis, Zalán – Miklós Rédei 2010. Characterizing Common Cause Closed Probability Spaces. URL: http://philsci-archive.pitt.edu/archive/00005390/ Hozzáférés: 2010. 10. 31.
Grasshoff, Gerd – Samuel Portmann – Adrian Wüthrich 2005. Minimal Assumption Derivation of a Bell-type Inequality. *The British Journal for the Philosophy of Science*. 56. 663–680.
Hofer-Szabó, Gábor – Miklós Rédei – László E. Szabó 1999. On Reichenbach's Common Cause Principle and on Reichenbach's Notion of Common Cause. *The British Journal for the Philosophy of Science*. 50. 377–399.
Hofer-Szabó, Gábor – Miklós Rédei – László E. Szabó 2002. Common Causes are not Common Common Causes. *Philosophy of Science*. 69. 623–633.
Hofer-Szabó, Gábor – Miklós Rédei 2004. Reichenbachian Common Cause Systems. *International Journal of Theoretical Physics*. 43. 1819–1826.
Hofer-Szabó, Gábor – Miklós Rédei 2006. Reichenbachian Common Cause Systems of Arbitrary Finite Size Exist. *Foundations of Physics*. 35. 745–756.
Hofer-Szabó, Gábor 2008. Separate Versus Common-Common-Type Derivations of the Bell Inequalities. *Synthese*. 163/2. 199–215.
Hofer-Szabó, Gábor 2010. Bell(δ) Inequalities Derived from Separate Common Causal Explanation of Almost Perfect Anticorrelations. *Foundations of Physics* (megjelenés alatt).
Larsson, Jan-Åke 1999a. Modeling the Singlet State with Local Variables. *Physics Letters*. A 256. 245–252.
Larsson, Jan-Åke 1999b. Detector Efficiency in the Greenberger–Horne–Zeilinger Paradox: Independent Errors. *Physical Review*. A 59. 4801–4804.
Pearl, Judea 2000. *Causality: Models, Reasoning, and Inference*. Cambridge, Cambridge University Press.
Portmann Samule – Adrian Wüthrich 2007. Minimal Assumption Derivation of a Weak Clauser–Horne Inequality. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*. 38. 844–862.
Price, Huw 1996. *Time's Arrow & Archimedes' Point: New Directions for the Physics of Time*. New York, Oxford University Press.
Reichenbach, Hans 1956. *The Direction of Time*. Berkeley, University of California Press.
Rédei, Miklós 1995. Logical Independence in Quantum Logic. *Foundations of Physics*. 25. 411–422.
Rédei, Miklós 1998. *Quantum Logic in Algebraic Approach* (Fundamental Theories of Physics Vol. 91.) Dordrecht–Boston–London, Kluwer Academic Publishers.
Rédei, Miklós – Stephen J. Summers 2002. Local Primitive Causality and the Common Cause Principle in Quantum Field Theory. *Foundations of Physics*. 32. 335–355.
Rédei, Miklós – Stephen J. Summers 2005. Remarks on Causality in Relativistic Quantum Field Theory. *International Journal of Theoretical Physics*. 44. 1029–1039.
Rédei, Miklós 2010. Operational Separability and Operational Independence in Algebraic Quantum Mechanics. *Foundations of Physics*. 40. 1439–1449.
Rédei, Miklós – Stephen J. Summers 2010. When are Quantum Systems Operationally Independent? *International Journal of Theoretical Physics*. 49. 3250–3261.
Salmon, Wesley C. 1978. Why ask 'why?'? *Proceedings and Addresses of the American Philosophical Association*. 51/6. 683–705.

Sober, Eliot 1988. The Principle of the Common Cause. In James H. Fetzer (szerk.) *Probability and Causality*. Dordrecht, Reidel. 211–228.

Spirtes, Peter – Clark Glymour – Richard Scheines 2000. *Causation, Prediction, and Search* (2. kiadás). Cambridge/MA, MIT Press.

Szabó Gábor 2006. A reichenbachi közös ok metafizikája. *Világosság*. 47/5. 87–94.

Van Fraassen, Bas C. 1982. Rational Belief and Common Cause Principle. In Robert McLaughlin (szerk.). *What? Where? When? Why?* Dordrecht, Reidel. 193–209.

Van Fraassen, Bas C. 1989. The Charybdis of Realism: Epistemological Implications of Bell's Inequality. In James T. Cushing – Ernan McMullin (szerk.) *Philosophical Consequences of Quantum Theory*. Indiana, University of Notre Dame Press. 97–113.